EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU COMPLETAS

- Completas são da forma: $ax^2 + bx + c = 0$ onde a, b e c são valores numéricos.
  Temos 2 casos:

A. O primeiro membro é o desenvolvimento o quadrado de um binómio (ver os casos notáveis) ou então já temos o quadrado no binómio.

1. Escreve-se o quadrado do binómio (caso não o seja);
2. Aplica-se a raiz quadrada

Exemplo 1:

$(2x+3)^2 = 25$ → Neste caso já temos o 1º termo como o quadrado do binómio.

$2x + 3 = \pm\sqrt{25}$

$2x + 3 = \pm 5$

$2x + 3 = -5 \ \vee \ 2x + 3 = 5$

$2x = -5 - 3 \ \vee \ 2x = 5 - 3$

$2x = -8 \ \vee \ 2x = 2$

$x = \frac{-8}{2} \ \vee \ x = \frac{2}{2}$

$x = -4 \ \vee \ x = 1$

CS=$\{-4, \ 1\}$

Exemplo 2:

$$x(x-2)=63$$

$$x^2-2x=63$$

Neste caso não temos o 1º termo como o quadrado do binómio. Mas sabemos que
$(x-1)^2=x^2-2x+1.$
Comparando com o 1º termo vemos que só falta o +1 para ter um quadrado do binómio. O que fazemos nestes casos é somar 1 em ambos os termos da equação.

$$x^2-2x+1=63+1$$

$$(x-1)^2=64$$

Agora basta seguir o mesmo processo usado no exemplo do lado esquerdo, aplicar a raiz quadrada ao segundo membro e calcular.

$$(x-1)^2=64$$

$$x-1=\pm\sqrt{64}$$

$$x-1=\pm 8$$

$$x-1=-8 \vee x-1=8$$

$$x=-8+1 \vee x=8+1$$

$$x=-7 \vee x=9$$

CS=$\{-7,\ 9\}$

B. O primeiro membro não é o desenvolvimento do quadrado de um binómio.

1. Isolam-se os termos com incógnita no 1º membro;
2. O coeficiente do x^2 tem que ser 1, (x^2), caso não seja dividem-se todos os termos pelo seu coeficiente.
3. Adiciona-se a ambos os termos da equação o quadrado da metade do coeficiente de x
4. Escreve-se o primeiro membro como o quadrado de um binómio
5. Aplica-se a raiz quadrada como vimos nos casos anteriores.

Exemplo 1: $x^2 - 2x - 15 = 0$

$x^2 - 2x = 15$

1. Isolam-se os termos com incógnita no 1º membro

2. Como o coeficiente do x^2 já é 1, não precisamos fazer este passo e passamos ao terceiro passo.

$x^2 - 2x + 1 = 15 + 1$

3. O coeficiente de x é -2 .
Metade do coeficiente de x é -1 .
Temos que adicionar a ambos os membros o quadrado de -1 .
$(-1)^2 = 1$

$(x-1)^2 = 16$

4. Escreve-se o primeiro membro como o quadrado de um binómio

$x - 1 = \pm\sqrt{16}$

5. Aplica-se a raiz quadrada como vimos nos casos anteriores.

$x - 1 = \pm 4$

$x - 1 = -4 \quad \vee \quad x - 1 = 4$

$x = -4 + 1 \quad \vee \quad x = 4 + 1$

$x = -3 \quad \vee \quad x = 5$

CS=$\{-3, \; 5\}$

Exemplo 2: $6x^2 = 9 - 3x$

$6x^2 + 3x = 9$ 1. Isolam-se os termos com incógnita no 1º membro

$\frac{6x^2}{6} + \frac{3x}{6} = \frac{9}{6}$ 2. Como o coeficiente do x^2 é 6, dividem-se todos os termos pelo seu coeficiente (6).

$x^2 + \frac{3x}{6} = \frac{9}{6}$ Neste caso podemos simplificar as frações

$x^2 + \frac{x}{2} = \frac{3}{2}$ 3. O coeficiente de x é $\frac{1}{2}$.

Metade do coeficiente de x é $\frac{1}{4}$. Temos que adicionar a ambos os membros o quadrado de $\frac{1}{4}$. $\Rightarrow$ $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

$$x^2 + \frac{x}{2} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{3}{2} + \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{3}{2} + \frac{1}{16}$$

4. Escreve-se o primeiro membro como o quadrado de um binómio

NOTA: $\frac{3}{2} + \frac{1}{16} = \frac{24}{16} + \frac{1}{16} = \frac{25}{16}$

$$\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$$

5. Aplica-se a raiz quadrada como vimos nos casos anteriores.

$$x + \frac{1}{4} = \pm\sqrt{\frac{25}{16}}$$

$$x + \frac{1}{4} = \pm\frac{5}{4}$$

$$x + \frac{1}{4} = -\frac{5}{4} \quad \vee \quad x + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$x = -\frac{5}{4} - \frac{1}{4} \quad \vee \quad x = \frac{5}{4} - \frac{1}{4}$$

$$x = -\frac{6}{4} \quad \vee \quad x = \frac{4}{4}$$

Simplificando

$$x = -\frac{3}{2} \quad \vee \quad x = 1$$

CS=$\left\{-\frac{3}{2},\ 1\right\}$